

# 實數與複數

1020828 bee

看似困難，其實很簡單。

上課時，同學問我：何為實數？大哉問！究竟何為實數呢？

圖 1 是一條數線。數線，其實就是一條水平線，不過在上面有一個點，我們稱為原點  $O$ ， $O$  將直線分成左右兩邊，我們規定原點的右邊為正、左邊為負，因此數的正負號其實是「方向」的意思。數線上除了原點之外，還有一個單位長，利用單位長，我們可以找出數線上任一點  $P$  與原點  $O$  的「位置關係」，這一個關係我們用一個數  $x$  表示，這一個數就稱為**實數**，也就是此點在數線上的「坐標」。

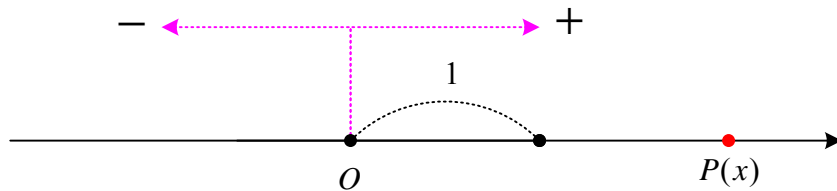


圖 1

找到這一個坐標是一個問題，不過，我不在本文中說這件事，讀者們自己想看！

所以「**實數是數線上的數**」，也就是數線上的點坐標。

那複數呢？可以很簡單的猜測一下：那就是 -----

複數是：**平面上的數**，也就是平面上的點坐標。

圖 2 是一個直角坐標平面，選用直角的關係是因為可以利用「畢氏定理求得兩點間的距離」，在坐標軸上都有單位長，如圖 2 所示，而平面上  $P$  點的坐標為  $(-2,1)$ 。

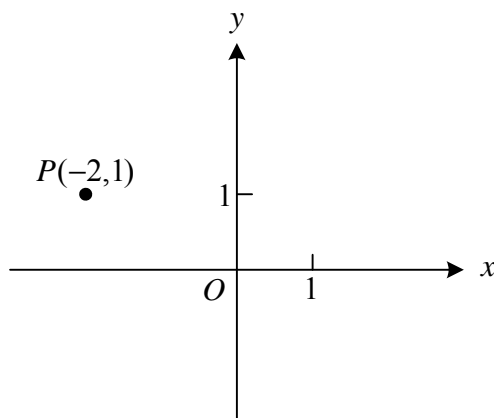


圖 2

所謂的複數，就是把  $x$  軸上的單位長稱為 1 (其實是  $(1,0)$ )，把  $y$  軸上的單位長稱為  $i$  (就是  $(0,1)$ )，這樣

$$(-2,1) = -2(1,0) + 1(0,1) = -2 \cdot 1 + 1 \cdot i = -2 + i。$$

很多人把複數想得很難，其實就是平面坐標而已，平面坐標我們很熟，所以複數也是很熟的啦！

$i$  就是  $(0,1)$ ，是  $y$  軸的單位長。因為我們把數線 ( $x$  軸) 上的數稱為實數，所以  $y$  軸上的數稱為**虛數**，而  $i$  就是**虛數單位**。虛數只是一個名稱，並不表示這一個數不存在 (聽說高斯稱其為側數，滿有意思的！)。

關於複數的計算在高一的課程，到了高三會說明其平面坐標上的意義，這些應該是高中課程中結合「代數與幾何」最最美妙的單元吧！

補充說明：

數線上的方向可以用「+」，「-」表示，+ 表示向右，- 表示向左。一個數  $a$  在另一個數  $b$  的右邊，我們用  $a > b$  表示。不過到了平面上，不是只有兩個方向而已，所以複數不能夠比較大小，也因此  $i > -i$  在平面上是沒有意義的 (當然，讓  $i > -i$  會產生一些問題，也許另外找時間再說囉！)