

車禍函數

bee*

104.10.01 ~ 104.10.01

函數出車禍：車禍函數。

甚麼是車禍函數呢？這當然是一個噱頭。

底下我們來看看這一個噱頭！

1. 前言

從第二章開始，我們就開始研究「函數」。原則上，函數圖形是很圓滑的，是不會作很劇烈的變化，但是，如果出了車禍，就會被撞歪，函數會出車禍嗎？底下我們看看。

2. 絕對值函數

例題 1. 畫出 $y = |x|$ 的函數圖形。

解：函數 $y = |x|$ 其實是

$$\text{分段函數 } f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases},$$

要把函數分成 $x \geq 0$ 與 $x < 0$ 兩段來看，而這兩段都是我們很熟悉的一次函數，一次函數相當平直，但是因為絕對值的關係，函數在 $x = 0$ 的地方發生「車禍」，而產生了「轉折」，如圖 1 所示。

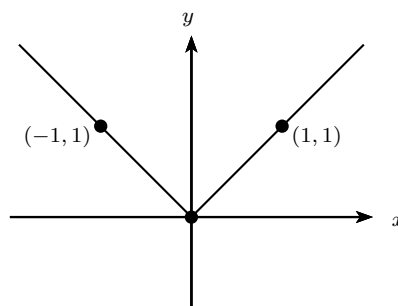


圖 1: 原點發生車禍的絕對值函數

*bee 美麗之家: <http://www2.chsh.chc.edu.tw/bee>

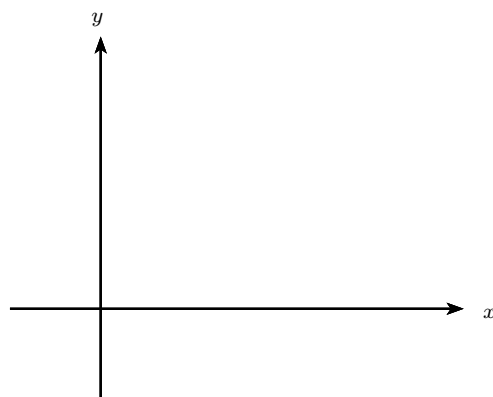
回顧一下例題 1，絕對值函數原則上是「平整的一次函數」，但是因為發生車禍，所以在「某些地方發生轉折」，因此，變成了「分段函數」。於是，如果我們要把絕對值函數的圖畫出來，只要注意它們發生車禍的地方即可。

哇！這是超讚的事情！你可以試著把 $y = |x - 2| + |x - 4|$ 的函數圖形畫出來嗎？

例題 2. 關於函數 $y = |x - 2| + |x - 4|$ 。

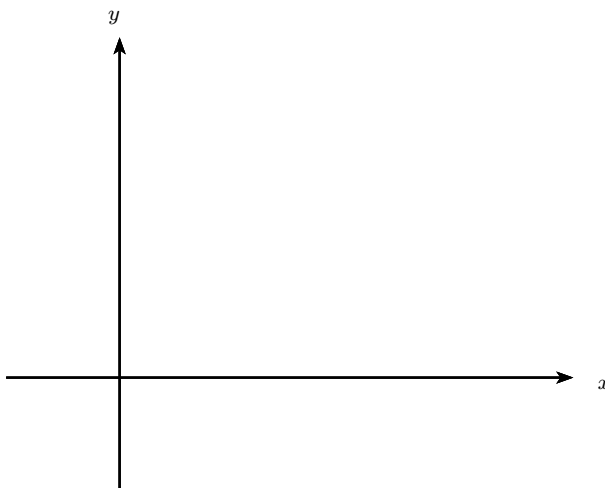
- (1) 此函數在那些地方發生車禍。
- (2) 寫出此函數的分段函數。
- (3) 試畫出 $y = |x - 2| + |x - 4|$ 的函數圖形。

解：



仔細看例題 2，除了車禍點之外，函數圖形在每一段都是「平整的一次函數」，因此，我們要畫出其圖形來，其實有很簡單的辦法。

再一次畫出 $y = |x - 2| + |x - 4|$ 的函數圖形：



有了 $y = |x - 2| + |x - 4|$ 的函數圖形，我們要解

- 等式： $|x - 2| + |x - 4| = 2$, $|x - 2| + |x - 4| = 3$,
 $|x - 2| + |x - 4| = 100$, $|x - 2| + |x - 4| = 1$ ，
- 不等式： $|x - 2| + |x - 4| \geq 2$, $3 \leq |x - 2| + |x - 4| \leq 5$ ，

都會變的很容易。

例題 3. 解出上列等式、不等式。

3. 多一些練習

例題 4. (1) 畫出函數 $y = |x - 2| + 2|x - 4|$ 的圖形。

(2) 解等式 $y = |x - 2| + 2|x - 4| = 5$

(3) 解不等式 $y = |x - 2| + 2|x - 4| \geq 5$

4. 結語

因為時間關係，我沒有放很多類題，不過這是好事，你可以專注的把內容弄清楚，而不需要記憶很多東西，希望你確實弄懂。

絕對值是很人爲的函數，發生車禍的地方，是我們故意讓函數圖形轉彎的，只要清楚轉彎處，這樣的函數是很容易畫出其圖形的。