第一次平時考　　班級：114　　姓名：____________________ 座號：__________

** 每一個問題盡可能的寫下你的理由與計算過程，我將依據你的理由與過程給分。
** $\boxed{\text{字要寫小、寫整齊}}$，作答由最左邊開始，每個空白處要變成兩欄。

每題 8 分，9,10 每題 10 分。通關密語：______________________________

1. 寫出交錯數列 $\langle -1, 1, -1, 1, -1, \cdots \rangle$ 的一般項________________________。

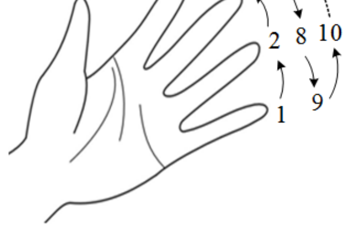
2. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中 $a_1 + a_2 = 20, a_3 + a_4 = 10$，
   求 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8$ 的值爲________________________。

3. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中 $a_2 = 30, a_6 = 14$，求 $a_{22} =$ ____________________ 及一般項
   $a_n =$____________________。

4. 已知四數形成一個等比數列，前三數的乘積爲 1，後三數的和爲 $\dfrac{3}{4}$，求此四
   數____________________。

5. 伸出你的左手，從小指開始，如右圖所示那樣數數字：$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \cdots$。設 $\langle a_n \rangle$ 是第 n 次指到中指所數到的數字，可知 $a_1 = 3$。
   (1) 寫出此數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式

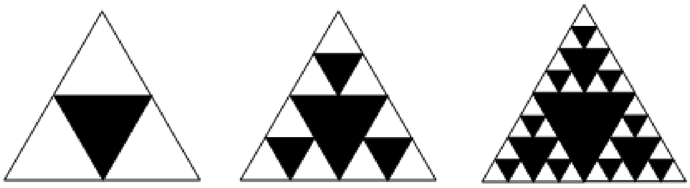
   爲 ______________________。



(2) ______________ 當你數到 789 時，所指的是哪根手指頭？

(1) 大拇指　(2) 食指　(3) 中指　(4) 無名指　(5) 小指

6. 取一個白色正三角形，將其等分成 4 個相同的小正三角形，然後將中間的那一個三角形塗成黑色；接著再將剩下的 3 個白色小正三角形，分別等分成 4 個相同的更小正三角形，並將中間更小的正三角形塗成黑色。重覆這樣的步驟，如下圖所示：



第 1 圖　　第 2 圖　　第 3 圖

設 a_n 爲第 n 圖中黑色三角形的總數。(1) 寫出數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式爲

____________________。(2) 求 $a_5 =$ ____________________。

7. 寫出首項爲 a，公比爲 r 之等比數列的遞迴關係式 ____________________，並由遞迴關係式推得等比數列的一般式爲 ____________________。

8. 設三正數成等差數列，其和為 36。若三數依序加上 1,4,43，可成為等比數列，求此三數中最小的數為 ____________________。

9. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + n \end{cases}$，求 $\langle a_n \rangle$ 的一般項 a_n 為 ____________________，又 a_{10} 的值為 ____________________。

10. ________________ 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_{12} = 88, a_{88} = 12$，選出正確的選項：

(1) $a_1 = 99$　(2) $a_{100} = 0$　(3) $a_{150} > 0$　(4) $a_{33} + a_{67} = 0$

(5) $a_{50} + a_{150} = 0$

11. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = \dfrac{1}{2} \\ a_{n+1} = \dfrac{1}{2 - a_n} \end{cases}$ ，試猜測 $\langle a_n \rangle$ 的一般項 a_n 為 ______________________，並用數學歸納法證明之。

12. 使用數學歸納法證明：對於所有的正整數 n , $4^n + 2$ 恆為 6 的倍數 .

1. $(-1)^n$

2. 37.5

3. $a_{22} = -50, a_n = 38 - 4n$

4. $-2, 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}$

5. (1) $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 4 \end{cases}$ (2) 1

6. (1) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 3a_n + 1 \end{cases}$ (2) 121

7. (1) $\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = r \cdot a_n \end{cases}$ (2) $a_n = a \cdot r^{n-1}$

8. 3

9. $\frac{n^2 - n + 2}{2}, 46$

10. 1,2,5

11. (1) $\frac{n}{n+1}$